

## 声道模型における共鳴の有限要素法解析

川原繁人 (慶應義塾大学)・川原睦人 (中央大学)・熊井 規 (RCCM)  
kawahara@ic1.keio.ac.jp

### 1. はじめに

本発表では、Chiba & Kajiyama (1948)により提唱され、荒井隆之氏 (上智大学) が実際に作成した声道模型の共鳴を有限要素法によって解析する。この声道模型は、2016 年度の日本音声学会学術奨励賞を受賞したが、その理由の一つとして、音響音声学の入門教育にこの声道模型が非常に有効であることが挙げられる (Arai 2011 他)。荒井氏が作成した模型には様々なタイプが存在するが、一番シンプルな VTM-T20 型では、日本語の 5 つの母音が全て長方形の管の組み合わせによって作られている。音響音声学の基本の一つは管の中の共鳴を理解することにある。第一著者はこの模型を音声学入門の授業で積極的に用いている。その理由は、文系の学生相手の授業であっても、荒井氏の声道模型を使うと、管の中の共鳴を比較的簡単に理解できるからである。具体的には、まずは、「速度( $c$ )=周波数( $f$ )×波長( $\lambda$ )」という直感的に理解しやすい関係式から始める。この関係式は  $f =$  「ある人の 1 秒あたりの歩数」、 $\lambda =$  「歩幅」、 $c =$  「その人が歩く速度」という擬人化を用いると学生も理解しやすい。その関係式を理解させた後、 $f = c/\lambda$  を導く。さらに三角関数の基礎を復習したあと、管の長さ  $L$  と  $\lambda$  の関係に関して、「管の片方が閉じていて、片方が開いている場合、 $\lambda_n = (2n-1)L$  が成り立つ」ことを導く。この計算過程を難しいと感じる学生も少なくないが、荒井氏の声道模型を用いて、管を共鳴させ、その実際に共鳴した音の周波数を計算すると、上の計算式から導かれる値と一致するので、直感的な理解がなされやすい。特に声道内で狭めが起きない schwa のフォルマントは  $\lambda_n = (2n-1)L$  の計算式のみから計算でき、また荒井氏の声道模型でも schwa を表現する管が実装されているので、デモを簡単に行うことができる。schwa での計算を基礎に、二管で表せられる「あ」の音響、三管で表せられる他の母音の音響を順次教えることで、音響音声学の基礎を理解できる。

音声学を学ぶ (文系) 学生への入門としては、この計算方法だけでも十分かもしれない。しかし、一方で母音の音響の工学的な解析として Arnela et al. (2016), Mancini et al. (2015) などによって行われた有限要素法を音響パターンに応用する研究がある。これらの先行研究を踏まえ、本稿では有限要素法を用い、荒井氏の声道模型における共鳴パターンを解析する。有限要素法では、領域をメッシュに分割し、各メッシュ間の関係を比較的簡単な関数で近似することにより微分方程式の近似解を得る (Kawahara 2016)。

### 2. 方法

声道内の共鳴を解析するために有限要素法を用いた。この解析の基礎方程式は付録に示す Helmholtz 方程式である。有限要素は、図 1 に示したような 6 面体要素を用いた。この要素の補間関数は、 $\alpha_1 \sim \alpha_8$  を未定定数として：

$$P = \alpha_1 + \alpha_2x + \alpha_3y + \alpha_4z + \alpha_5xz + \alpha_6yz + \alpha_7zy + \alpha_8xyz$$

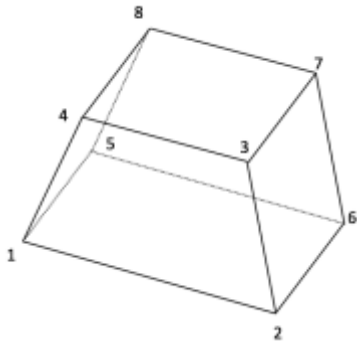


図 1 : 6 面体要素

である。有限要素法は、基礎方程式を重み付き残差方程式に変換し、補間関数を用いて、要素ごとの近似解を誘導し、これらを重ね合わせることで解析する方法である。解析対象の形状を無理なく近似することができるため、多くの解析に用いられている。

反射境界と入射境界は問題なく処理できるが、Sommerfeld の無限遠における放射条件を処理するため、無限要素(infinite element)を用いた(この点において今回の解析は Arnela et al. 2016 や Mancini et al. 2015 と異なる)。解析の声道の形の寸法は、声道模型 VTM-T20 の設計図を使用した。メッシュは 6 面体要素(図

1) を約 30 万個個用い、出口での音の放射を再現するため、半球状の無限要素を用いた(図 2)。実際の計算は Actran (Release 17, Free Field Technologies)を用いた。

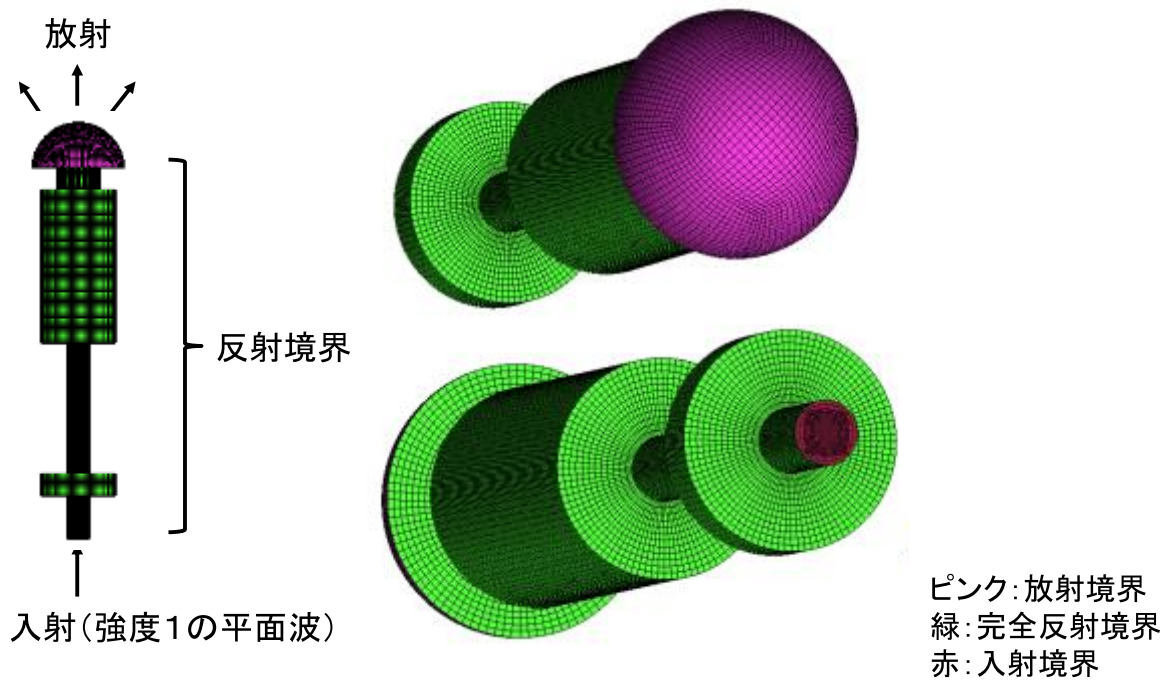


図 2 : 解析条件. 「お」の管.

### 3. 結果

まず、日本語でもフォルマントの特徴が顕著に観察される「い」と「お」の結果について述べる。解析によって得られた図 3a の「お」のスペクトラを観察すると、図 4a,b の「い」よ

りも高い F1、そして後舌母音の特徴であるとても低い F2 が観察される。図 3a では、F1 と F2 がほぼ同じピークを成しているが、これは自然発話の /o/ でも観察される現象である。例えば、図 3b に示した自然発話の「お」では F1 が 500 Hz、F2 が 700 Hz あたりに分布している。F3 の値も自然発話の「お」と非常によく合致しているのが分かる (2,500 Hz 付近)。

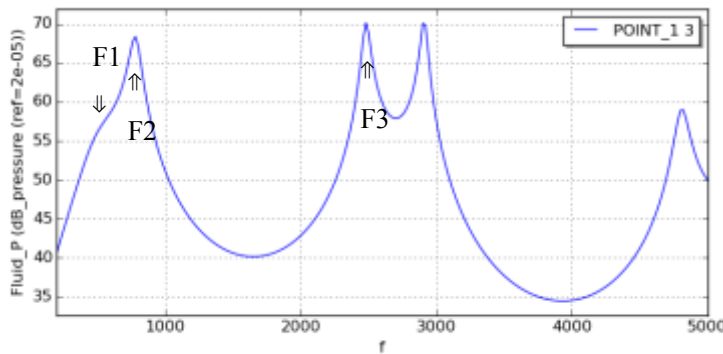


図 3(a) 「お」の FEM 解析結果

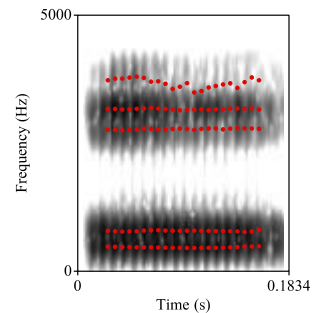


図 3(b) 自然発話の「お」

図 4a に示す「い」のスペクトラを観察すると、高母音の特徴である低い F1 と、前舌母音の特徴である高い F2 が観察されるのが分かる。ただし、図 4b の自然発話の「い」に比べると、F3 の値が若干低すぎる。

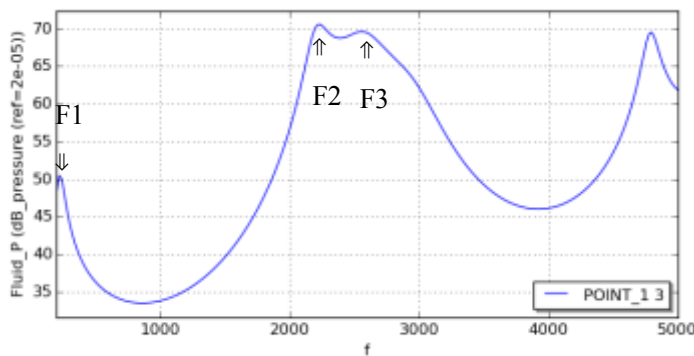


図 4(a) 「い」の FEM 解析結果

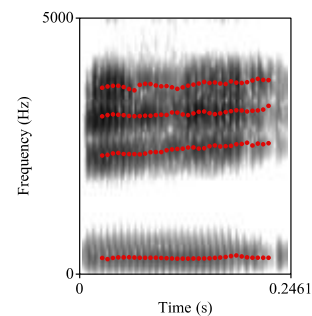


図 4(b) 自然発話の「い」

図 5 に「あ」の解析結果を示す。この解析結果では、「あ」特有の高い F1 はしっかり捉えられているものの、F2 が自然言語に見られる「あ」のそれよりもかなり高い (cf. 図 5(a) vs. 図 5(b))。日本語の自然発話の「あ」では F2 が 1200–1500 Hz で観察されることが多いが、図 5(a)のスペクトルの二番目のピークは、2500 Hz に分布しており、これは、自然発話における「あ」の F3 を捉えてるようである。換言すると、今回の解析結果は「あ」の F2 をうまく再現していないが、「あ」の他の音響的特徴は捉えていると言っても良いかもしれない。

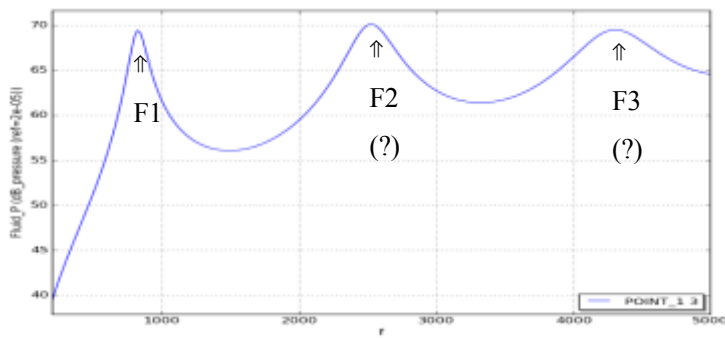


図 5(a) 「あ」の FEM 解析結果

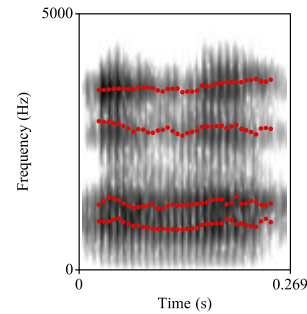


図 5(a) 自然発話の「あ」

#### 4. 結論

本解析では、荒井氏作成の声道模型における圧力変化を有限要素法で 3 次元的に解析した。今回の解析では、「『い』の F3 が多少低く推定されてしまう」「『あ』の F2 をうまく再現できない」などの欠点もあったが、日本語の母音の基本的な特徴的を捉える第一歩としては、成功したと言えるであろう。「あ」の F2 をうまく再現できないという問題に関しては、今回使用した管が全て長方形の形状をしていることに起因している可能性がある。すなわち、6 面体要素を用いて、管の角部に発生する渦流を解析するためには、より細かいメッシュを用いる必要があることが考えられる。また、無限要素と有限要素部の接合部に生ずる誤差が影響している可能性もある。さらには、管の面と空気の摩擦も考慮に入れなければならない。よって現在、より丸みのおびた VTM-N20 の模型を使用し、再解析を行なっている。

まとめると、今回の解析では予備的調査として、VTM-T20 を用い、荒井氏の声道模型から発せられる音響特徴を有限要素法を用いて解析した。得られた音響のスペクトルと実際の音声を比較したところ、このような解析が有意義であることが示された。

#### 参考文献

- Arai, T. (2011) Education in acoustics and speech science using vocal-tract models. *The Journal of the Acoustical Society of America* 131(3): 2444-2454.
- Amela, M., Guasch, O., Dabbaghchian, S. & Engwall, O. (2016) Finite element generation of vowel sounds using dynamic complex three-dimensional vocal tracts. *23<sup>rd</sup> International Congress on Sound & Vibration*.
- Chiba, T. & Kajiyama, M. (1941) *The Vowel: Its Nature and Structure*. Tokyo: Kaiseikan.
- Kawahara, M. (2016) *Finite Element Methods in Incompressible, Adiabatic, and Compressible Flows*. Springer Tokyo.
- Mancini, S., Astley, R. J., Gabard, G., Sinayoko, S., & Tournour, M. (2015) On the numerical accuracy of a combined FEM/radiating-surface approach for noise propagation in unbounded domains. *ICSV22*.

## 付録：波動方程式の数学的基礎

空気中に、直行座標 0-xyz 系をとり、流速を  $u, v, \omega$ 、圧力を  $P$ 、密度を  $\rho$ 、時間を  $t$  とするとき、次の関係式が成り立つ。

運動方程式：

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} &= 0 \\ \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial y} &= 0 \\ \rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial z} &= 0\end{aligned}\tag{1}$$

質量保存式：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) = 0\tag{2}$$

状態方程式：

$$P = P(\rho)\tag{3}$$

音速定義式：

$$c^2 = \frac{\partial P}{\partial \rho}\tag{4}$$

(3) と (4) から：

$$\frac{\partial P}{\partial t} = c^2 \frac{\partial \rho}{\partial t}\tag{5}$$

(1) と (5) を (2) に代入して整理すると、以下の波動方程式を得る：

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \left( \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} \right) = 0\tag{6}$$

A を定数として、圧力 P を次のように与える:

$$P = A \sin(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t) \quad (7)$$

式 (7) を (6) に代入することにより、次の関係が得られる:

$$\frac{\omega^2}{c^2} - (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\omega^2}{c^2} = k^2, \text{ where } k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad (9)$$

式 (6) は (8), (9) より次のヘルムホルツ方程式となる:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + k^2 P = 0 \quad (10)$$

境界条件は、壁の完全反射条件:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = 0 \quad (11)$$

吹き口の圧力の固定条件:

$$p = p_0 \quad (12)$$

無限遠での Sommerfeld の条件:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} [r(\frac{\partial P}{\partial r} - ikP)] = 0 \quad (13)$$

ここで  $i$  は虚数単位で  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  である。式 (10) を式 (11)-(13) の境界条件を満足するように解けば良い。このためには有限要素法を用いる。