

# EU ETS 市場の動的収益率モデルによる構造変化の検出

Detecting Structural Changes in the Dynamic Returns Model of the EU ETS Market

○魏 伯航\*・小野 宏哉\*\*

Bohang WEI・Hiroya ONO

## 1. はじめに

欧州排出量取引制度（以下、EU ETS）は、排出許可証の需給調整を通じて効率的な温室効果ガス排出量削減を実現する市場である。EU ETS 市場において、当事者以外の第三者である投機家として参加する場合は、市場のリスク・リターン情報をもとに売買することになる。価格の確率的変動の構造変化と異なり、リスク・リターンに基づいた投資を行う場合には、収益率の確率的変動（AR, GARCH）の変化、特に構造変化が予測精度に影響する。構造変化検知によりその変動を除去した確率的変動を推定でき、投資リスクの評価を改善する。

本論文では、取引市場で逐次把握できる単一の時系列データにもとづいて、時間的な窓を設けて構造変化を検出し、収益率モデルを改善することを試みる。収益率やリスクのより正確な将来予測が計算され投機的資金についてより効果的な予測が得られる。

## 2. 分析方法

投資家の資産選択を想定し EU ETS の収益率を算出し、ポートフォリオ組成に必要なリスク・リターンを加えて両面から市場の変動を捉える。リターンとリスクによる構造変化時点の検出方法を検討する。EU ETS の主たる目標である排出量削減に着目した「排出量」価格による構造変化検出と、リターンとリスクによる構造変化検出の結果を比較し相違を明らかにする。AR 時系列回帰モデルを用いて、リターンとリスクの構造変化を同時に捉えた構造変化手法は rolling 式で、Chow 検定の検出統計量（F 値）を用いて検出した。具体的には、異なる窓方式（2 週間と 4 週間）を使い rolling 式で推定された AR モデルのパラメータが等しいかどうかを検定するための統計量であり、構造変化の有無を検証するものである。（式 1, 2）

$$R_t = \mu_1 + \beta_1 R_{t-1} + \varepsilon_t^1 \quad (t < T); R_t = \mu_2 + \beta_2 R_{t-1} + \varepsilon_t^2 \quad (t > T) \quad (1)$$

$\varepsilon_t^i (i=1, 2)$  は各  $i$  期の誤差項で、どちらも独立に  $N(0, \sigma^2)$  に従う。

Chow 検定の帰無仮説は  $\mu_1 = \mu_2; \beta_1 = \beta_2; \varepsilon_t^1 = \varepsilon_t^2$  である。Chow 検定は F 分布に従う。

$$F = \frac{(RSS_r - (RSS_{u1} + RSS_{u2}))/k}{\frac{RSS_{u1} + RSS_{u2}}{n_1 + n_2 - 2k}} \quad (2)$$

\* 麗澤大学大学院経済研究科経済学専攻博士課程

〒277-0065 千葉県柏市光ヶ丘 2-1-1 TEL&FAX 04-7173-3601 E-mail:a22741b@reitaku.jp

\*\* 麗澤大学大学院

上記の構造変化モデルは AR(1)モデルであり, Chow 検定により, 収益率の変動モデルにかつ分散が一定値から出発した. 続いて, 分散が時間変動としてモデルにより構造変化時点の検出は式 1 と同じ方法で, 異なる窓方式を用いて rolling 式で, ボラティリティ (分散) にも観察するため, GARCH モデルに拡張することができる. (式 3)

$$\left\{ \begin{array}{l} R_t = \mu + \varepsilon_{t1} (t < T) \\ \varepsilon_t = \sigma_t z_t, z_t \sim i.i.d., N(0,1) \\ \sigma_t^2 = \omega + \alpha \sigma_{t-1}^2 + \beta \varepsilon_{t-1}^2(1,1), \quad \omega > 0, \alpha, \beta \geq 0 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} R_t = \mu + \varepsilon_t (t > T) \\ \varepsilon_t = \sigma_t z_t, z_t \sim i.i.d., N(0,1) \\ \sigma_t^2 = \omega + \alpha \sigma_{t-1}^2 + \beta \varepsilon_{t-1}^2(1,1), \quad \omega > 0, \alpha, \beta \geq 0 \end{array} \right. \quad (3)$$

この中で,  $\sigma_t$  は変動率,  $z_t$  は誤差項  $\varepsilon_t$  を変動率で  $\sigma_t^2$  で割り, 基準化した誤差項である.

式 3 は GARCH(1, 1)モデルにより窓方式により, 未知の分散構造変化時点を (半年, 1 年など窓) Rolling 式を用いて, 構造変化時点と数を検出する. 最後には, 上記異なる窓を設けて 2 つモデルにより検出した構造変化時点を比較する. そのうえで, 将来予測を分析する.

### 3. 分析結果

本論文の結論によって, AR(1)モデルにより Chow 検定の検証結果では, 異なる窓範囲 (2 週間と 4 週間) rolling 式で検出した構造変化時点数は狭く見える時多数見つける. 具体的な真の構造変化時点を検出すること難しいことわかった. さらに, ボラティリティ (分散) 時間変動モデルに拡張 GARCH(1, 1)モデルに異なる窓方式 (半年, 1 年など窓) Rolling 式の結果では, GARCH モデルで推定した変数によって分散の構造変化の可能性を示唆する. 上記の 2 つモデルの検出した構造変化時点を比較により, リスク・リターンの立場でみると, ボラティリティーは構造変化が主な要因である. ボラティリティーに時間変動含めるモデルは将来予測の結果が良くなる.

### 4. 結論

本論文は EU ETS EUA 先物データを用いて, リターンとリスクに着目し EU ETS 市場の動的構造変化を検出した. 構造変化時点を検出して可能となるより正確な将来予測を踏まえて, 投資家がより適切な投資戦略を立てることができる. 窓の期間を短くすると構造変化を検出しやすく, 精度が下がることが分かった. GARCH モデルで検出した各時点で推定されたモデルのパラメータや予測能力上昇を評価し, 時点ごとのモデルの変化を把握することができる. ただし, GARCH モデルによる動的構造変化の検出の最適な範囲については, 検討中である.

### 参考文献

- Bollerslev, T. (1986) "Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity," *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- Chow, G.C. (1960) "Tests of Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions," *Journal of Econometrica*, 28, 591-605.
- Lamoureux, C.G., William, D.L. (1990) "Persistence in Variance, Structural Change, and the GARCH Model," *Journal of Business and Economic Statistics*, 8(2), 225-234.